第十一次作业

1. 利用伴随矩阵求矩阵
$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix},$$
的逆, 其中 $ad - bc \neq 0$.

2. 设 $A \in \mathrm{M}_n(\mathbb{R})$, $\lambda \in \mathbb{R}$. 证明： $(\lambda A)^\vee = \lambda^{n-1} A^\vee$ 和 $|A^\vee| = |A|^{n-1}$.

3. 设 $A \in \mathrm{M}_n(\mathbb{R})$, $\lambda \in \mathbb{R}$. 证明：$\mathrm{rank}(A^\vee) = \begin{cases} n, & \text{若 } \mathrm{rank}(A) = n; \\ 1, & \text{若 } \mathrm{rank}(A) = n-1; \\ 0, & \text{若 } \mathrm{rank}(A) < n-1. \end{cases}$

4. 设 $A, B \in \mathrm{M}_n(\mathbb{R})$. 证明: $\det \begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} = \det(A+B)\det(A-B)$.

5. 设 $A \in \mathrm{M}_n(\mathbb{R})$, 满足 $AA^t = E_n$ 和 $|A| = -1$. 证明：$|E_n + A| = 0$.

6. (选做) 设 $A, B \in \mathrm{M}_n(\mathbb{R})$. 证明: $(AB)^\vee = B^\vee A^\vee$.