第四次作业

1. 将下面的置换写成不相交的循环的乘积并确定这些置换的阶数, 奇偶性.

   (1)
$$\sigma_1=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6\\2&4&5&6&3&1\end{pmatrix},$$

   (2)
$$\sigma_2=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6&7&8\\3&5&7&6&8&2&1&4\end{pmatrix},$$

   (3)
$$\sigma_3=\begin{pmatrix}1&2&3&\cdots&n-1&n\\n&n-1&n-2&\cdots&2&1\end{pmatrix}.$$

2. 设 S_n 中置换 π 的不相交循环分解为 $\pi=\pi_1\pi_2\cdots\pi_m$, 其中 π_k 的长度为 l_k. 令
$$m^{'}=n-\sum_{k=1}^{m}l_k$$
   则 π 使集合 $1,2,\cdots,n$ 中 $m^{'}$ 个元素保持不动. 证明:$\epsilon_\pi=(-1)^{n-(m+m^{'})}$.

3. 证明：任何 S_n 中置换都可以写成至多 $n-1$ 个对换的乘积.

4. 设 σ 是长度为 k 的循环, 证明: 对于任意的 $\tau\in S_n$, 置换 $\tau\sigma\tau^{-1}$ 仍是长度为 k 的循环.

5. 请用扩展的欧几里得算法计算 161 与 253 的最大公因子及相应的整数 u,v 使得
$$161*u+253*v=gcd(161,253)$$