第三次作业

1. 令 S 为非空集合，R 为 S 上的一个二元关系, 证明:R 为等价关系当且仅当

   (1) $(\forall a \in S) \quad aRa$;

   (2) aRb 且 $bRc \Rightarrow cRa$.

2. 令 S, T 为两个非空的集合, 且 $\mid S \mid = m, \mid T \mid = n$ 问

   (1) S 到 T 可建立多少个映射?

   (2) S 到 T 可建立满射, 单射，双射的条件各是什么? 各能建立多少个?

3. 设 $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \quad x^2 + y^2 = 1\}$,

$$\begin{aligned} f : [0, 2\pi] &\longrightarrow C \\ \theta &\longmapsto (cos\theta, sin\theta) \end{aligned}$$

   且 $\sim_f$ 是由映射 f 诱导的等价关系. 证明

   (1) $\forall \alpha \in (0, 2\pi)$, 关于 $\sim_f$ 的等价类 $\bar{\alpha} = \alpha$.

   (2) $\bar{0} = \{0, 2\pi\}$.

4. 证明 2 元,3 元和 4 元集分别有 $2, 5$ 和 15 个不同的商集.

5. 画出下述偏序集的图解:

   (1) $\mathcal{P}(\{a, b, c, d\})$

   (2) 整数 24 的全体因子的集合 (偏序关系由整除给出).

6. 计算下面置换的乘积.

$$\pi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 6 & 8 & 2 & 1 & 4 & 5 & 7 \end{pmatrix} \quad \times \quad \pi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 & 7 & 6 & 8 \end{pmatrix},$$

$$\pi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 & 7 & 6 & 8 \end{pmatrix} \quad \times \quad \pi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 3 & 6 & 8 & 2 & 1 & 4 & 5 & 7 \end{pmatrix}.$$