线性代数作业

第四次(10\9−−10\15)

参考文献:《代数学引论》第一卷 • 柯斯特利金, 《基础代数》第一卷 • 席南华

习题1. 求出置换

$$\pi=\begin{pmatrix}1&2&3&4&5&6&7&8\\3&6&8&2&1&4&5&7\end{pmatrix}$$

的互不相交的循环分解，阶数和置换的符号.

习题2. 设 S_n 中置换的互不相交循环分解为 $\pi=\pi_1\pi_2\cdots\pi_m$，其中 π_k 的长度为 l_k. 令

$$m'=n-\sum_{k=1}^{m}l_k$$

则 π 使集合 $\{1,2,\dots,n\}$ 中 m' 个元素保持不动. 并验证 $\mathrm{sgn}(\pi)=(-1)^{n-(m+m')}$.

习题3. 证明：任何 S_n 中的置换可以写成至多 $n-1$ 个对换的乘积.

习题4. 设 $a_1,a_2,\dots,a_n$ 为 n 个整数， d 是他们的最大公约数，证明：存在整数 $u_1,\dots,u_n$ 使得 $a_1*u_1+a_2*u_2+\cdots+a_n*u_n=d$.

习题5. 请用扩展的欧几里得算法计算 161 与 253 的最大公因子，最小公倍数及相应的整数 u,v 使得

$$161*u+253*v=\gcd(161,253)$$